

DISEQUAZIONI IRRAZIONALI

Di Pietro Aceti

Def: Una disequazione si dice irrazionale quando ha l'incognita sotto radice.

1-Se l'indice di radice è dispari, il radicando può essere sia negativo che positivo, quindi si opera semplicemente eliminando la radice elevando tutto per l'indice

$$\sqrt[3]{x^3 + 2x + 1} > x \rightarrow x^3 + 2x + 1 > x^3 \rightarrow 2x + 1 > 0 \rightarrow x > -\frac{1}{2}$$

La risoluzione è la stessa per tutti versi ($> < \geq \leq$)

2-Se l'indice di radice è pari il radicando deve essere sempre positivo quindi prima di elevare per l'indice bisogna che la disequazione venga discussa:

Sia F e G due polinomi definiti in \mathbb{R}

2.1-Primo caso:

$$\sqrt{F(x)} \leq G(x)$$

Faccio notare che $\sqrt{F(x)}$ è sempre positivo quindi maggiore di 0 quindi $G(x)$ deve essere per forza positivo quindi per la risoluzione bisogna impostare il seguente sistema

$$\begin{cases} F(x) \geq 0 & \text{condizione di positività del radicando} \\ G(x) \geq 0 & \text{condizione di positività del secondo membro} \\ F(x) \leq G(x)^2 \end{cases}$$

1-Osservazioni sui versi:

-la prima disequazione è sempre ≥ 0

-la seconda disequazione può essere $>$ oppure \geq a seconda del testo

-Il verso della terza disequazione è uguale a quello del testo

Per trovare le soluzioni basta risolvere il sistema

2.2-Secondo caso:

$$\sqrt{F(x)} \geq G(x)$$

Faccio notare che $\sqrt{F(x)}$ è sempre positivo quindi maggiore di 0 quindi $G(x)$ può essere o negativo, oppure positivo ma con valore minore o uguale a $\sqrt{F(x)}$ quindi per la risoluzione bisogna impostare i seguenti sistemi :

$$\begin{cases} F(x) \geq 0 \\ G(x) < 0 \end{cases} \cup \begin{cases} G(x) \geq 0 \\ F(x) \geq G(x)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{condizione di positività del radicando} \\ \text{condizione di negatività del secondo membro} \end{cases} \cup \begin{cases} \text{condizione di negatività del secondo membro} \\ F(x) \geq G(x)^2 \text{ risoluzione} \end{cases}$$

1-Osservazione sulle disequazioni:

Il secondo sistema dovrebbe avere anche la condizione di positività del radicando ($F(x) \geq 0$) ma essendo già presente nel primo sistema è superfluo

2-Osservazioni sui versi:

- Il verso della prima disequazione è sempre ≥ 0
- Il verso della seconda disequazione è sempre < 0
- Il verso della terza disequazione è sempre \geq
- Il verso della quarta disequazione è uguale al testo

Per la risoluzione basta risolvere i due sistemi e poi unire le soluzioni.